



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品高考

第二轮专题

解一元二次不等式实际上就是求出对应的一元二次方程的实数根(如果有实数根),再结合对应的函数的图象,确定其大于零或小于零的区间;在含有字母参数的不等式中,还要根据参数的不同取值确定方程根的大小,再根据函数图象的开口方向,从而确定不等式的解集。

使 $f'(x) > 0$ 的区间为单调递增区间,使 $f'(x) < 0$ 的区间为单调递减区间;
 $f'(x_0) = 0$, 且 $f'(x)$ 在 x_0 附近左(正)右(负), 则 x_0 为极小(大)值点。

常用逻辑用语: 原命题与逆命题、否命题与逆否命题互逆;
原命题与否命题、逆命题与逆否命题互否。
原命题与逆否命题、否命题与逆命题互为逆否, 互为逆否的两个命题真值性相同。

偶函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上具有相反的单调性, 奇函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上具有相同的单调性。

$y = f(x)$ 的图象向上平移 $k(k > 0)$ 个单位, 得 $y = f(x) + k$ 的图象;
 $y = f(x)$ 的图象向下平移 $k(k > 0)$ 个单位, 得 $y = f(x) - k$ 的图象。

二元一次不等式 $Ax + By + C > 0$ 的解集是平面直角坐标系中表示直线 $Ax + By + C = 0$ 某一侧所有点组成的平面区域;
二元一次不等式组的解集是指各个不等式解集所表示的平面区域的公共部分。

把 $y = f(x)$ 图象各点的纵坐标变为原来的 k 倍, 得 $y = kf(x)$ 的图象。

$y = f(x)$ 图象关于点 (a, b) 对称的图象的解析式是
 $y = 2b - f(2a - x)$

基础版

数学
作业手册

主编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS



限时集训(一)	第1讲	三角恒等变换	085
限时集训(二)	第2讲	三角函数的图象与性质	087
限时集训(三)	第3讲	平面向量	089
限时集训(四)	第4讲	解三角形	091
专题综合训练(一)			093
限时集训(五)	第5讲	等差数列、等比数列	095
限时集训(六)	第6讲	求递推数列的通项公式	097
限时集训(七)	第7讲	数列求和	099
专题综合训练(二)			101
限时集训(八)	第8讲	空间几何体	103
限时集训(九)	第9讲	球的切接问题	105
限时集训(十)	第10讲	空间角的计算	107
限时集训(十一)	第11讲	空间距离与探索性问题	109
专题综合训练(三)			111
限时集训(十二)	第12讲	排列组合与二项式定理	113
限时集训(十三)	第13讲	概率	115
限时集训(十四)	第14讲	随机变量的分布列及数字特征	117
限时集训(十五)	第15讲	统计与成对数据的统计分析	119
专题综合训练(四)			121
限时集训(十六)	第16讲	直线与圆	125
限时集训(十七)	第17讲	圆锥曲线的方程与性质	127
限时集训(十八)	第18讲	直线与圆锥曲线的位置关系	129
限时集训(十九)	第19讲	圆锥曲线的综合问题	131
专题综合训练(五)			134
限时集训(二十)	第20讲	函数的图象与性质	137
限时集训(二十一)	第21讲	应用导数求解函数问题	139
限时集训(二十二)	第22讲	利用导数研究零点问题	141
限时集训(二十三)	第23讲	利用导数求解不等式问题	143
专题综合训练(六)			145

一、单项选择题

- 已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
 A. -1 B. 1
 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$
- [2026·河北唐山二模] 已知 $\sin \theta = -\sin 2\theta$, $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan \theta =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. -1
 C. $-\sqrt{3}$ D. -2
- [2026·内蒙古包头二模] 在平面直角坐标系 Oxy 中, 角 α 与角 β 均以 Ox 为始边, 已知角 α 的终边在第一象限, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 将角 α 的终边按照逆时针方向旋转 60° 得到角 β 的终边, 则 $\sin \beta =$ ()
 A. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$
 C. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$
- [2026·安徽合肥二模] 已知 $\frac{1-\sin 2\alpha}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})} = 1$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$
- [2026·湖南岳阳一模] 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \pi)$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\sin(\alpha+\beta) = \frac{5}{13}$, 则 $\cos \beta =$ ()
 A. $-\frac{56}{65}$ B. $\frac{56}{65}$
 C. $-\frac{16}{65}$ D. $\frac{56}{65}$ 或 $-\frac{16}{65}$
- [2026·全国II卷] 已知 α 为第二象限角, $3\sin 2\alpha \cos \alpha = 8\sin \alpha \cos 2\alpha$, 则 $\frac{1+\sin \alpha}{2-\cos \alpha} =$ ()
 A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{12}$
- [2026·湖北宜昌二模] 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos(\alpha - \frac{2\pi}{5}) + 2\cos \alpha = 4\cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\pi}{5}$, 则 $\alpha =$ ()
 A. $\frac{2\pi}{5}$ B. $\frac{3\pi}{10}$
 C. $\frac{\pi}{5}$ D. $\frac{\pi}{10}$

8. 若存在 $\varphi \in \mathbf{R}$, 使得对任意 $n \in \mathbf{Z}$, 都有 $\cos\left(\frac{2n\pi}{3} + \varphi\right) \leq m$ 成立, 则实数 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

二、多项选择题

9. [2026 · 湖南常德二模] 已知 $\tan x = 2$, 则 ()

- A. $\frac{2\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{5}{3}$
B. $\sin 2x = -\frac{4}{5}$
C. $\sin^2 x + \sin x \cos x = \frac{6}{5}$
D. $\cos 2x = -\frac{3}{5}$

10. 已知 $\sin\left(\alpha + \beta + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\alpha - \beta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\tan \beta$ 的值可能为 ()

- A. 1 B. -1
C. $\frac{9-4\sqrt{2}}{7}$ D. $\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$

11. [2026 · 广东广州一模] 已知 $x \neq y$, 则下列说法中正确的是 ()

- A. $\exists x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \sin x + \sin y < \sin(x+y)$
B. $\forall x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \sin x + \sin y < 2\sin \frac{x+y}{2}$
C. $\exists x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \sin x - \sin y < \sin(x-y)$
D. $\forall x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \sin x - \sin y < 2\sin \frac{x-y}{2}$

三、填空题

12. [2026 · 浙江宁波二模] 若 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 3$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

13. [2026 · 湖北黄冈三模] 若 $\sin(\alpha - 20^\circ) = \frac{\sin 20^\circ}{\tan 20^\circ - \sqrt{3}}$, 则 $\cos(2\alpha - 40^\circ) =$ _____.

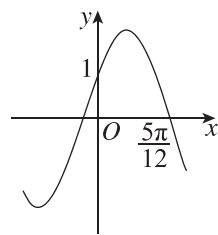
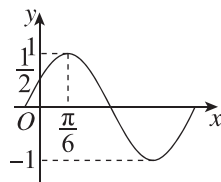
14. [2026 · 北京海淀区二模] 若锐角 α 满足 $\tan \alpha \leq \cos \alpha$, 则 $\sin \alpha$ 的一个取值为 _____, $\cos 2\alpha$ 的最小值为 _____.



一、单项选择题

- [2026·湖北襄阳一模] 把函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍,纵坐标不变,再把所得图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,得到函数 $y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象,则 $f(x) =$ ()
 A. $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{7\pi}{12}\right)$ B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
 C. $\sin\left(2x - \frac{7\pi}{12}\right)$ D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- [2026·江苏苏州三模] 已知函数 $f(x) = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$,则下列选项中不是 $f(x)$ 图象的对称中心的是 ()
 A. $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$
 C. $\left(\frac{3\pi}{8}, 0\right)$ D. $\left(\frac{5\pi}{8}, 0\right)$
- [2026·江西九江一模] 下列函数中,在 $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增的是 ()
 A. $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 B. $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
 C. $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 D. $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$
- [2026·河南郑州模拟] 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增,且其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称,则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- [2026·浙江温州二模] 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内恰有一个极值点,则 ω 可能的取值为 ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4
- [2026·山东济宁三模] 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示,将 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象,设函数 $g(x)$ 的最小正周期为 T ,则 ()
 A. $T = 2\pi, g\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 B. $T = \pi, g\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $T = 2\pi, g\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$
 D. $T = \pi, g\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$
- [2026·福建泉州二模] 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示,则 ()



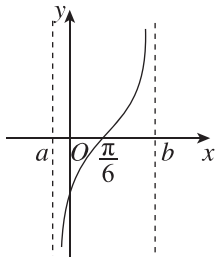
- $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$ 上单调递减
- $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}\right]$ 上单调递增
- $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称
- $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{11\pi}{12}$ 个单位长度后得到的图象关于原点中心对称

8. 已知 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 对任意 $a \in \mathbf{R}$, 存在 $x \in [a - \frac{\pi}{4}, a + \frac{\pi}{4}]$, 使得 $|\sin x + \cos x| \geq 2\sin \theta$ 成立, 则 θ 的最大值为 ()

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

二、多项选择题

9. [2026 · 浙江精诚联盟二模] 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}\tan(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < 8, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 在一个周期 (a, b) 内的图象如图所示, 且 $f(0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则下列结论中正确的是 ()



- A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$
B. $\omega = 2$
C. $a = -\frac{\pi}{12}, b = \frac{5\pi}{12}$
D. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 对称
10. [2026 · 广东广州二模] 已知函数 $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos 4x$, 则 ()
- A. 2π 是 $f(x)$ 的一个周期
B. 直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴
C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{25}{12}$
D. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递减

11. [2026 · 安徽合肥一模] 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$). 若存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $[f(x_1) + 1] \cdot [f(x_2) + 1] = 4$, 则下列说法中正确的有 ()

- A. $f(x_1) = f(x_2) = 1$
B. 若 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 π , 则 $\omega = 1$
C. 若 $x_1, x_2 \in [0, \pi]$, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{13}{6}, +\infty)$
D. 若 $x_1, x_2 \in [0, \pi]$, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最大值为 $\frac{4\pi}{\omega}$, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{25}{6}, \frac{37}{6})$

三、填空题

12. [2026 · 浙江三地市质检] 已知函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}, x \in [-2\pi, 2\pi]$, 则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是_____.
13. 设函数 $f(x) = \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$), A, B 是直线 $y = \sqrt{3}$ 与曲线 $y = f(x)$ 的两个交点, 且 $|AB|$ 的最小值为 π . 若 $f(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$, 则 $\varphi =$ _____.
14. [2026 · 河北邯郸三模] 已知 $\theta \in (-\pi, \pi)$, 则满足 $\cos 3\theta > \cos \theta$ 的 θ 的取值范围为_____.

一、单项选择题

1. [2026·湖北襄阳一模] 已知向量 $\mathbf{a} = (t, 1)$, $\mathbf{b} = (2, -3)$, 且 $\mathbf{a} \parallel (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则 $t =$ ()

A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

2. [2026·全国II卷] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 1$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \sqrt{3}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

3. [2026·湖北黄冈二模] 若单位向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$, 向量 $\mathbf{m} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, 向量 $\mathbf{n} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$, 则下列命题中为假命题的是 ()

A. $|\mathbf{m}| = |\mathbf{n}|$ B. $\mathbf{m} \cdot \mathbf{a} = 1$
C. $\mathbf{m} \parallel \mathbf{n}$ D. $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$

4. [2026·江苏南通一模] 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EA}$, 则 $\overrightarrow{DE} =$ ()

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

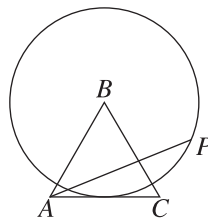
5. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $|AB| = 2|BC| = 2$, $BM \perp AC$, 且点 M 在 AC 上, 则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} =$ ()

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. 1

6. [2026·重庆三模] 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, 点 E 在直线 AD 上且满足 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AD} (\lambda \in \mathbf{R})$, 点 F 在直线 CB 上且满足 $\overrightarrow{CF} = \mu \overrightarrow{CB} (\mu \in \mathbf{R})$. 已知 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}$, 则 $\lambda + \mu =$ ()

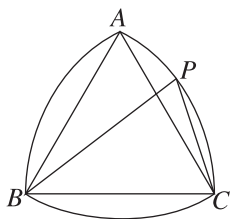
A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\frac{3}{2}$ D. 2

7. [2026·浙江三地市二模] 如图, 已知正三角形 ABC 的边长为 2, 以 B 为圆心的圆与直线 AC 相切, 若点 P 是圆 B 上的动点, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}$ 的最大值是 ()



A. $2\sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{3}$
C. 4 D. $2 + 2\sqrt{3}$

8. 勒洛三角形是一种特殊的曲边三角形,分别以正三角形的顶点为圆心,以其边长为半径作圆弧,由这三段圆弧组成的曲边三角形称为勒洛三角形.在如图所示的勒洛三角形中,已知 $\triangle ABC$ 的边长为1, P 为弧 AC 上任意一点,则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的取值范围为 ()



- A. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$
C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ D. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

二、多项选择题

9. [2026·四川成都三模] 已知平面向量 $\mathbf{a}=(1, 1)$, $\mathbf{b}=(1, -1)$,则 ()

- A. $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=2$
B. $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a}-\mathbf{b})$
C. $(2\mathbf{a}+\mathbf{b}) \parallel (\mathbf{a}-2\mathbf{b})$
D. $\langle \mathbf{a}, \mathbf{a}-\mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$

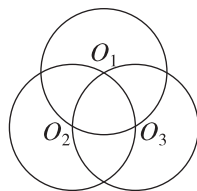
10. [2026·广东东莞二模] 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为单位向量,且 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\mathbf{b}$,则下列说法正确的是 ()

- A. $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$
B. $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a}-\mathbf{b})$
C. $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=\sqrt{2}$
D. $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=1$

11. [2026·浙江金华二模] 第十五届全国运动会会徽“同心礼花”由广东木棉花、香港紫荆花、澳门莲花的三朵花瓣交叠旋转而成,构成爱心形状,象征三地同心同源、深度融合.会徽轮廓如图①,现将其简化为图②,半径均为1的圆 O_1, O_2, O_3 互相过圆心, A, B 为圆 O_1 上两点,且 $O_1A \perp O_1B$,点 C 在圆 O_2 与圆 O_3 上运动.若 $\overrightarrow{O_1C} = \lambda \overrightarrow{O_1A} + \mu \overrightarrow{O_1B}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$),则下列选项可能成立的是 ()



①



②

- A. $\lambda = -2$ B. $\lambda\mu = 3$
C. $\lambda - 2\mu = -4$ D. $\lambda^2 + 2\mu^2 = 5$

三、填空题

12. 已知向量 $\mathbf{a}=(1, 2)$, $\mathbf{b}=(3, x)$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 共线,则 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=$ _____.

13. [2026·湖北武汉三模] 在凸四边形 $ABCD$ 中, $AC=2$, $AD=1$, $AB \perp BC$, $AC \perp AD$,则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的最小值为_____.

14. [2026·东北三省三校二模] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=1$, $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=2$,则 $|3\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ 的最大值为_____.

1. (13分)[2026·河南新乡三模] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c(\sin B + \sin C) = a \sin A - b \sin B$.

(1)(5分)求 A ;

(2)(8分)若 $a = \sqrt{7}$, 点 D 为边 BC 的中点, $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 E , 求 AE 的长.

2. (13分)[2026·浙江稽阳联谊二模] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos B = c - \frac{1}{2}b (c > b)$, $a = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面

积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

(1)(4分)求 A ;

(2)(4分)求 c 的值;

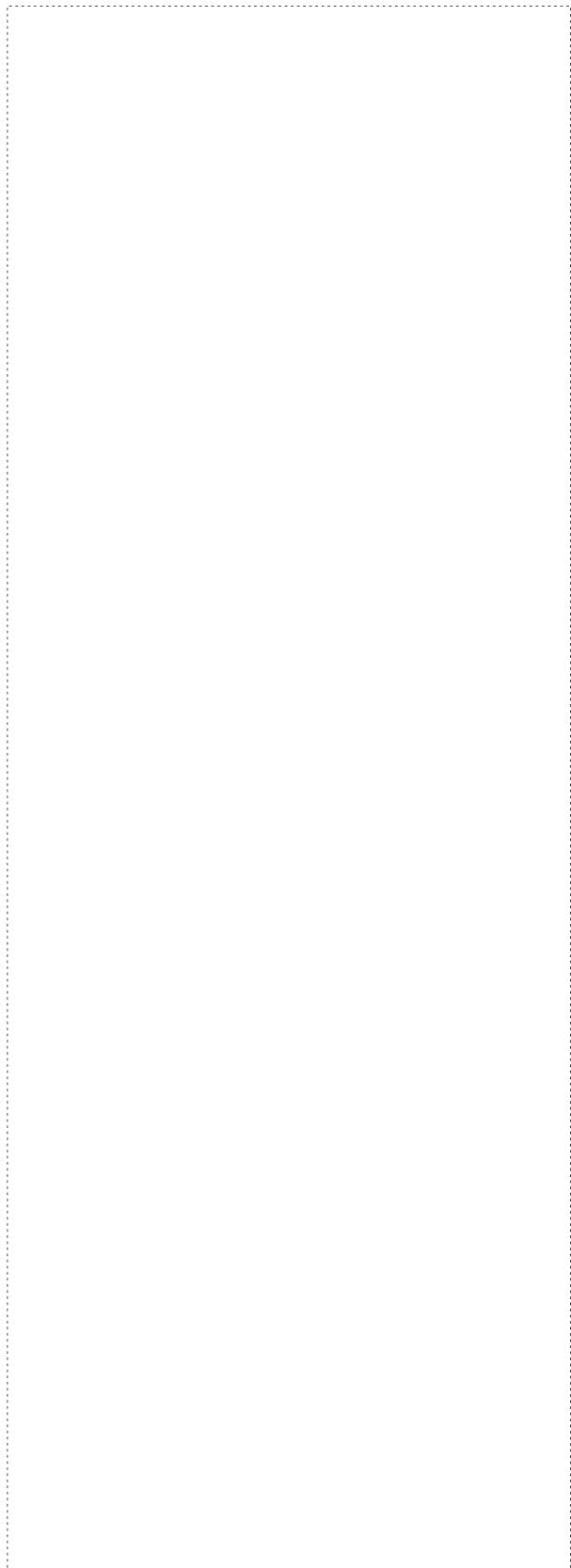
(3)(5分)求 $\cos(A-B)$ 的值.

3. (15 分)[2026 · 全国I卷] 已知在 $\triangle ABC$ 中,

$$AB=3, BC=2\sqrt{3}, \cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(1)(6 分)求 $\cos A$;

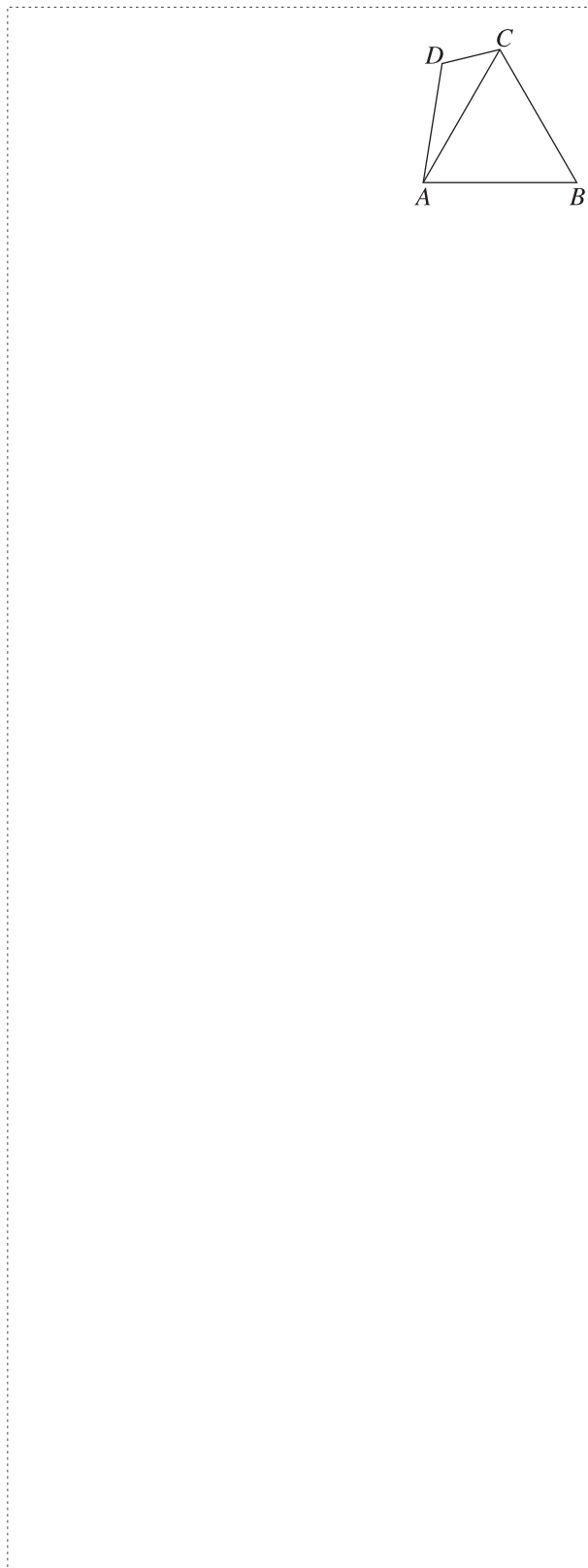
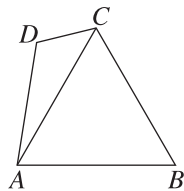
(2)(9 分)设 D, E 两点满足: D 在 BA 的延长线上, $DE \parallel BC, AE \perp AC$, 若 $DE = \sqrt{6}$, 求 CE .



4. (15 分)[2026 · 山东济宁三模] 如图, $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos C + c \cos A = 2b \cos B$.

(1)(5 分)求 B ;

(2)(10 分)若 D 是 $\triangle ABC$ 外的一点, 且 B, D 在直线 AC 异侧, $AB = BC, CD = 2, AD = 4$, 求平面四边形 $ABCD$ 的面积的最大值.



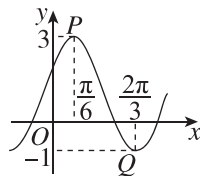
一、单项选择题

- [2026·江苏南京一模] 已知向量 $\mathbf{a}=(0,1)$, $\mathbf{b}=(2,x)$, 若 $\mathbf{b} \perp (\mathbf{b}-4\mathbf{a})$, 则 $x=$ ()
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
- 已知函数 $f(x)=(a \sin x + \cos x) \cos x$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称, 则 $a=$ ()
A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. 1 D. $\sqrt{3}$
- 将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则在下列区间上 $g(x)$ 单调递减的是 ()
A. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ B. $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$
C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$ D. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$
- 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(\cos \beta, \sin \beta)$, 将向量 $\overrightarrow{OA}$ 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\theta (0^\circ < \theta < 180^\circ)$ 角得到向量 $\overrightarrow{OB}$, 则下列说法正确的是 ()
A. $|\overrightarrow{AB}| < \sqrt{2}$
B. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| \geq |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$
C. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| \geq 1$
D. $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \perp (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})$
- [2026·四川成都二模] 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 设甲: $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$, 乙: $\cos \alpha + \cos \beta < 1$, 则 ()
A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
- [2026·河南开封一模] 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle BAD=60^\circ$, M 为 CD 的中点, N 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}=$ ()
A. $2+\frac{5\sqrt{3}}{2}$ B. $4+\frac{5\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{13}{2}$

- [2026·东北三省三校二模] 在 $\triangle ABC$ 中, 若内角 A, B 为锐角, 满足 $\frac{\sin A}{\sin B} = \cos(A+B)$, 则 $\tan A$ 的最大值为 ()
A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- [2026·湖北黄冈三模] 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x + \frac{\pi}{4}) (\omega > 0)$, 若 $\exists x_1, x_2 \in [0, \pi]$, $f(x_1)f(x_2)=-4$, 则 ω 的最小值为 ()
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{11}{6}$

二、多项选择题

- [2025·全国一卷] 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, $\cos 2A + \cos 2B + 2\sin C = 2$, $\cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$, 则 ()
A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$
B. $AB = \sqrt{2}$
C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$
D. $AC^2 + BC^2 = 3$
- [2026·广东湛江二模] 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + b (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则 ()
A. $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 1$
B. 函数 $g(x) = f(x) + f(x + \frac{\pi}{4})$ 的最大值为 $2\sqrt{2} + 2$
C. 函数 $h(x) = f(x) \cos x$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
D. 方程 $f(x) = 1 + \sqrt{2}$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上恰有 4 个实数根



11. 已知函数 $f(x) = 4\sin\left(mx + \frac{\pi}{3}\right) - 2 (m > 0)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上恰有三个零点, 则 $m \in [15, 23)$
- B. 若 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上恰有三个零点 x_1, x_2, x_3 , 则 $f(x_1 + x_2 + x_3) = -4$
- C. 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增, 则 $m \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$
- D. 若将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后所得图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称, 则 $m = 6k + 1, k \in \mathbf{N}$

三、填空题

12. [2026 · 浙江台州二模] 已知平面向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (x, y - 1)$, $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 _____.
13. [2026 · 北京东城区一模] 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin(\pi + \alpha)$, 则 α 的一个可能取值为 _____.
14. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x - 2\cos^2 \frac{\omega x}{2} (\omega > 0)$, 已知 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上恰有三个零点, 则 ω 的取值范围为 _____.

四、解答题

15. (15 分) [2026 · 全国II卷] 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos B = \frac{3}{4}$, $\cos^2(A + C) + \sin A \sin C = 1$.
- (1)(7 分) 证明: $\triangle ABC$ 为钝角三角形;

(2)(8 分) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. (15 分) [2026 · 重庆三模] 在锐角三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\frac{\sqrt{3} \cos B \sin C}{\sin A} = \sin(C - B) + \sin A$.
- (1)(7 分) 求 A ;
- (2)(8 分) 若角 A 的平分线交 BC 于点 D , $AD = \sqrt{3}$, 求 $2b + c$ 的最小值.

一、单项选择题

- [2026·广东东莞二模] 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知 $a_3+a_4+a_5=24$,则 $S_7=$ ()
A. 64 B. 56
C. 38 D. 8
- [2026·湖南新高考教学教研三模] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n-1$,数列 $\{b_n\}$ 是以1为首项,2为公比的等比数列,则 $a_{b_1}+a_{b_2}+\cdots+a_{b_{10}}=$ ()
A. 1013 B. 1014
C. 502 D. 503
- [2026·山东青岛一模] 设公差为0的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_7=28$,若 a_3,a_4,a_8 成等比数列,则 $a_8=$ ()
A. 16 B. 8
C. 4 D. 2
- [2026·辽宁三校协作体一模] 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_4=4,S_8=12$,则 $S_{16}-S_{12}=$ ()
A. 24 B. 32
C. 36 D. 108
- 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知 p :若 $2a_k+a_7+a_{11}=36$,则 S_9 为定值.若 p 为真命题,则 $k=$ ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- [2026·河南南阳一模] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{2022}-a_{2023}+a_{2025}=5$,当 $a_1^2+a_{4047}^2$ 取得最小值时, $a_{2026}=$ ()
A. 5 B. 6
C. 2025 D. 2026
- [2026·全国I卷] 一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市,以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩,该塔群共有108座塔,依山势自上而下排成12行,将第 i 行中塔的座数记为 a_i ($i=1,2,\cdots,12$),其中 $a_1=1,a_2=a_3=3,a_4=a_5=5$,且 $a_6,a_7,\cdots,a_{12}$ 是一个首项为7,公

差为2的等差数列,将 $a_1,a_2,\cdots,a_{12}$ 分为6组,每组2个数,使得每组的2个数之和可构成一个项数为6且公差为 d ($d>0$)的等差数列,则 $d=$ ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

二、多项选择题

- [2026·重庆二模] 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, d 为公差,且 $S_8<0,S_9>0$,则下列说法正确的是 ()
A. $d>0$
B. 当 $n=8$ 时, S_n 取得最小值
C. $a_8<0$
D. $a_9>0$
- [2026·全国II卷] 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q\neq 1,a_1>0,2a_3=a_1+a_2$,记其前 n 项和为 S_n ,则 ()

A. $q=-\frac{1}{2}$

B. $S_n>\frac{2a_1}{3}$

C. $2S_{n+2}=S_{n+1}+S_n$

D. $\sum_{k=1}^n S_k > \frac{2na_1}{3}$

三、填空题

- [2026·广东深圳一模] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $3S_5=8S_3,S_4=26$,则 $a_5=$ _____.
- [2026·江苏苏北七市二模] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=-3,11a_5=5a_8$,则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最小值为_____.
- [2026·山东淄博一模] 在数列的每相邻两项之间插入此两项的和,形成新的数列,再把所得数列按照同样的方法不断构造出新的数列.现将数列1,2进行构造,第1次得到数列1,3,2;第2次得到数列1,4,3,5,2; $\cdots$;第 n ($n\in\mathbf{N}^*$)次得到数列 $1,x_1,x_2,x_3,\cdots,x_k,2$.记 $a_n=1+x_1+x_2+x_3+\cdots+x_k+2$ ($k\in\mathbf{N}^*$),则 $a_n=$ _____.

四、解答题

13. (13分)[2026·福建福州模拟] 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9=90, a_3=14$.

(1)(6分)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)(7分)设函数 $f(x)=2^{x+2}-2^{-x-2}+1$, 记 $b_n=f(a_n)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 21 项和 T_{21} .

14. (13分)[2026·湖北黄石一模] 已知数列 $\{a_n\}$

满足 $a_1=0, a_{n+1}=\frac{2a_n+1}{a_n+2}$.

(1)(6分)设 $b_n=\frac{a_n-1}{a_n+1}$, 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列,

并求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)(7分)判断数列 $\{a_n\}$ 的单调性.

